

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ V-BLAST ДЛЯ БЕСПРОВОДНОЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Повышение скорости передачи данных по каналам связи – актуальная сегодня научная и техническая задача. Одно из ее решений – это **Multi-Input – Multi-Output (MIMO)** системы, позволяющие получать высокие скорости за счет параллельной передачи данных [1, 2]. **BLAST (Bell Laboratories Layered Space-Time)** технология является примером таких **MIMO-систем** [3]. Несмотря на высокую эффективность, оригинальная **D-BLAST-технология** сложна в реализации. В то же время, её упрощенный вариант **V-BLAST** получил широкий отклик в научной и технической общественности, чему способствовали эксперименты [4, 5], подтверждающие работоспособность этой технологии.

V-BLAST-ПРИЕМНИК С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ИСКЛЮЧЕНИЕМ СИМВОЛОВ

Идея, заложенная в V-BLAST-технологии, достаточно проста. На вопрос, как повысить скорость передачи данных без расширения полосы канала, существует простой ответ. Это можно сделать, если в одной полосе частот передавать несколько информационных каналов. В этом случае скорость передачи увеличится во столько раз, сколько задействовано каналов. Разумеется, такая передача осуществима, только когда на приемной стороне информационные потоки можно разделять. Поскольку частотного различия между каналами в данном случае нет, то разделять каналы можно на основе их пространственных различий. В этом состоит основная идея MIMO-систем, и в частности, V-BLAST-технологии.

Архитектура системы связи на основе использования V-BLAST-технологии приведена на рис.1. Между передатчиками (слева) и приемниками (справа) находится радиоканал с медленными замираниями. Такой канал характеризуется

постоянной на определенном интервале времени матрицей комплексных коэффициентов передачи между приемниками и передатчиками:

$$\mathbf{H}_{NM} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \dots & h_{NM} \end{bmatrix},$$

где M – число передатчиков, N – число приемников. В течение этого интервала осуществляется передача и прием блока информационных символов. Здесь и далее матрицы обозначаются жирными заглавными буквами, а векторы – жирными строчными. Нижний индекс N в обозначении вектора означает, что число его элементов равно N . Аналогичный индекс в матрице используется для обозначения квадратной матрицы с $N \times N$ элементами. Нижний индекс NM используется для обозначения числа элементов ($N \times M$) прямоугольной (нетраспонируемой) матрицы. Символы T и H в качестве

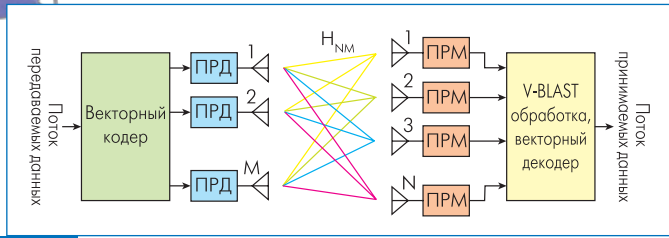


Рис.1 Архитектура MIMO-системы связи на основе V-BLAST: ПРД – передатчик данных, ПРМ – приемник данных

верхних индексов векторов и матриц обозначают, соответственно, транспонирование и эрмитово сопряжение.

На приемной стороне матрица \mathbf{H}_{NM} считается известной. Она определяется с помощью методов оценки канала. Поэтому блок информации состоит из небольшого числа служебных символов (для определения матрицы \mathbf{H}_{NM}), за которыми следуют символы данных. Число символов данных в блоке пропорционально числу передатчиков M , т.е. равно KM , где K – целое число, а M – число символов в кадре

Таким образом, в системе связи (рис.1) скорость передачи информации увеличивается в M раз за счет её параллельной передачи одновременно с помощью M передатчиков.

Вектор сигналов, принятых N приемниками, определяется как

$$\mathbf{r}_N = \mathbf{H}_{NM} \mathbf{a}_M + \mathbf{z}_N, \quad (1)$$

где $\mathbf{a}_M = [a_1, \dots, a_m, \dots, a_M]^T$ – кадр передаваемых символов (комплексный вектор), а \mathbf{z}_N – комплексный вектор аддитивного шума приемников. Если матрица \mathbf{H}_{NM} известна, $\mathbf{z}_N = \mathbf{0}_N$ и $N=M$, то разделить на приемной стороне переданные символы можно просто умножив \mathbf{r}_N слева на матрицу \mathbf{H}_M^{-1} , т.е. $\hat{\mathbf{a}}_M = \mathbf{H}_M^{-1} \mathbf{r}_M = \mathbf{H}_M^{-1} \mathbf{H}_M \mathbf{a}_M = \mathbf{a}_M$, где $\hat{\mathbf{a}}_M$ – оценка принятых символов. Такой способ разделения каналов сродни Zero Forcing (ZF) эквалайзеру [6], а потому и называется так же. Хотя случай $N=M$ является весьма привлекательным с точки зрения реализации, он обладает худшими характеристиками по сравнению со случаем $N > M$.

Если $N > M$, то получить $\hat{\mathbf{a}}_M$ можно как $\hat{\mathbf{a}}_M = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{r}_N = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM} \mathbf{a}_M = \mathbf{H}_{NM}^+ \mathbf{r}_N = \mathbf{a}_M$, где $\mathbf{H}_{NM}^+ = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H$ – операция псевдообращения матрицы \mathbf{H}_{NM} . Размер матрицы \mathbf{H}_{NM}^+ равен $M \times N$. При наличии шума ($\mathbf{z}_N \neq \mathbf{0}_N$)

$$\hat{\mathbf{a}}_M = \mathbf{H}_{NM}^+ \mathbf{r}_N = \mathbf{a}_M + \mathbf{H}_{NM}^+ \mathbf{z}_N. \quad (2)$$

Следовательно, оценка принятых символов зашумлена. В этом случае определение символов может осуществляться с ошибками. Из (2) следует, что ошибка определения информационных символов (отклонение от истинных значений) пропорциональна значениям элементов строк матрицы \mathbf{H}_{NM}^+ , если $N > M$, или строк матрицы \mathbf{H}_M^{-1} , если $N = M$.

Если предположить, что $(m-1)$ -й символ принятого кадра был правильным, т.е.

$$\bar{\mathbf{a}}_{m-1} = [\hat{\mathbf{a}}_{m-1}]_{\text{nearest}} = \mathbf{a}_{m-1}, \quad (3)$$

где $[\hat{\mathbf{a}}]_{\text{nearest}}$ – операция принятия решения относительно

соответствия принятого символа ближайшему символу алфавита, то этот символ можно исключить из вектора \mathbf{r}_N как

$$\mathbf{r}_N^{(m)} = \mathbf{r}_N^{(m-1)} - \mathbf{h}_N^{(m-1)} \bar{\mathbf{a}}_{m-1} = \mathbf{H}_{N(M-m+1)}^{(m)} \mathbf{a}_{M-m+1}^{(m)} + \mathbf{z}_N, \quad (4)$$

где $\mathbf{h}_N^{(m-1)}$ – $(m-1)$ -й столбец известной матрицы \mathbf{H}_{NM} , $\mathbf{H}_{N(M-m+1)}^{(m)}$ – матрица, полученная исключением $(m-1)$ -го столбца из матрицы \mathbf{H}_{NM} , а $\mathbf{a}_{M-m+1}^{(m)}$ – вектор передаваемых символов кадра, из которого исключены $m-1$ элементов. Предполагается, что обработка принятых символов осуществляется в порядке следования их номеров, т.е. как $1, \dots, m, \dots, M$.

В результате исключения уже определенных символов, при определении очередного m -го символа кадра в соответствии с уравнениями (2) и (3) используется псевдообращение матрицы уменьшенного размера $\mathbf{H}_{N(M-m+1)}^{(m)}$. Данная процедура напоминает эквалайзер с обратными связями (Decision Feedback) [7]. Поскольку вычислительная сложность процедуры псевдообращения матрицы пропорциональна $O(M^3 N) \geq O(M^4)$ арифметических операций [7], то последовательное определение символов позволяет уменьшить вычислительную сложность алгоритма за счет псевдообращения матриц с уменьшенным каждый раз на один столбец размером. Кроме того, вычитание из принятого каждым приемником сигнала вклада, обусловленного уже определенными информационными символами, позволяет уменьшить шум (межсимвольную интерференцию) при последующей обработке. Действительно, сигнал в n -м приемном канале определяется как

$$\begin{aligned} r_n &= \sum_{k=1}^M h_{nk} a_k + z_n = h_{nm} a_m + \sum_{k=1, k \neq m}^M h_{nk} a_k + z_n = \\ &= h_{nm} a_m + \tilde{z}_n, \end{aligned}$$

где \tilde{z}_n – шум, состоящий из теплового шума в n -м приемном канале z_n и межсимвольной интерференции

$$\sum_{k=1, k \neq m}^M h_{nk} a_k.$$

При известных первых $m-1$ символах последнюю составляющую можно уменьшить до уровня

$$\sum_{k=1, k \neq m}^M h_{nk} a_k - \sum_{k=m-1}^M h_{nk} a_k = \sum_{k=m+1}^M h_{nk} a_k.$$

Рассмотренная процедура разделения параллельного потока символов называется последовательным исключением (Successive Cancellation, SC) [4]. Обнаружение символов с помощью данной процедуры как

$$\hat{\mathbf{a}}_m = \mathbf{g}_N^{(m)} \mathbf{r}_N^{(m)} = \mathbf{a}_m + \mathbf{g}_N^{(m)} \mathbf{z}_N, \quad (5)$$

подобно feedback decision эквалайзеру, обладает лучшими характеристиками обнаружения по сравнению с обнаружением с помощью уравнений (2) и (3) [4]. В (4) $\mathbf{g}_N^{(m)}$ – m -я строка матрицы $\mathbf{G}_{(M-m+1)N}^{(m)} = \mathbf{H}_{N(M-m+1)}^{+(m)}$.

V-BLAST-ПРИЕМНИК С УПОРЯДОЧЕННЫМ ИСКЛЮЧЕНИЕМ СИМВОЛОВ

При использовании линейной процедуры (2) и (3) порядок определения символов не имеет значения, так как каждый символ обнаруживается в присутствии других символов вектора \mathbf{r}_N . Однако в силу того, что определение символов может происходить с ошибками (из-за наличия аддитивного шума, оценки матрицы \mathbf{H}_{NM} с ошибками и т.п.), вычитание ошибочных символов (4) может приводить к размножению ошибок. Поэтому можно получать разные вероятности детектирования ошибочных символов в зависимости от порядка детектирования символов.

Из (5) следует, что уровень шума в обнаруживаемом m -ном символе пропорционален значениям элементов строки $\mathbf{g}_N^{(m)}$ матрицы $\mathbf{G}_{(M-m+1)N}^{(m)}$. Значит мощность (дисперсия) этого шума пропорциональна квадрату нормы этого вектора, т.е.

$$\sigma_z^2 = E\left\{(\mathbf{g}_N^{(m)} \mathbf{z}_N)^H (\mathbf{g}_N^{(m)} \mathbf{z}_N)\right\} = \sigma_z^2 \|\mathbf{g}_N^{(m)}\|_2^2,$$

где $E\{\cdot\}$ – операция усреднения переменной, заключенной в фигурные скобки. Поэтому отношение сигнал-шум (ОСШ) при детектировании обратно пропорционально квадрату нормы вектора $\mathbf{g}_N^{(m)}$, т.е.

$$\rho_m = E\{a_m\} / \sigma_z^2 = E\{a_m\} / \sigma_z^2 \|\mathbf{g}_N^{(m)}\|_2^2. \quad (6)$$

Из (6) следует, что для уменьшения распространения ошибок детектирование символов кадра желательно производить не в произвольном порядке, а в порядке убывания ОСШ, определяемого этим уравнением, т.е. в порядке возрастания квадрата нормы векторов $\mathbf{g}_N^{(m)}$. В этом заключается одна из идей V-BLAST-технологии (Ordered Successive Cancellation – упорядоченное последовательное исключение) [4, 5], где определение информационных символов принятого блока данных осуществляется в течение M итераций, на каждой из которых последовательно исполняются уравнения (6), (3) и (2). Порядок определения символов определяется уравнением (6), а операции псевдообращения матриц $\mathbf{H}_{N(M-m+1)}^{(m)}$ осуществляются с помощью любого доступного метода, начиная с матрицы $\mathbf{H}_{NM}^{(0)} = \mathbf{H}_{NM}$. В [4, 5] было показано, что при $N > M$ упорядоченное исключение принятых символов является оптимальным решением задачи обнаружения принятых символов, поскольку такое решение носит глобальный характер.

V-BLAST-ПРИЕМНИК НА ОСНОВЕ QR-РАЗЛОЖЕНИЯ

Поскольку вычислительная сложность псевдообращения матриц пропорциональна $O(M^4)$ используются также альтернативные способы разделения принятых символов, базирующиеся на QR-разложении матрицы \mathbf{H}_{NM} [8–19]. Наиболее простым из них является способ, представленный в [14, 15].

Идея использования QR-разложения матрицы \mathbf{H}_{NM} для решения задачи разделения и определения информацион-

ных символов при параллельной передаче данных состоит в следующем. С помощью QR-разложения эта матрица может быть представлена как

$$\mathbf{H}_{NM} = \mathbf{Q}_{NM} \mathbf{R}_M = [\mathbf{q}_N^{(1)}, \dots, \mathbf{q}_N^{(m)}, \dots, \mathbf{q}_N^{(M)}] \times$$

$$\times \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} & \dots & r_{1(M-1)} & r_{1M} \\ 0 & r_{22} & \dots & r_{2m} & \dots & r_{2(M-1)} & r_{2M} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & r_{mm} & \dots & r_{m(M-1)} & r_{m(M-1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{(M-1)(M-1)} & r_{(M-1)M} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{MM} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где \mathbf{Q}_{NM} – ортонормированная матрица, т.е. матрица, удовлетворяющая условию $\mathbf{Q}_{NM} \mathbf{Q}_{NM}^H = \mathbf{I}_N$, \mathbf{R}_M – верхняя треугольная матрица, а \mathbf{I}_N – единичная матрица (матрица с ненулевыми элементами, равными единице, на главной диагонали).

Произведение $\mathbf{Q}_{NM}^H \mathbf{r}_N$ позволяет получить модифицированный принятый вектор информационных символов \mathbf{r}_N как

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{Q}_{NM}^H \mathbf{r}_N = \mathbf{Q}_{NM}^H (\mathbf{H}_{NM} \mathbf{a}_m + \mathbf{z}_N) = \mathbf{Q}_{NM}^H (\mathbf{Q}_{NM} \mathbf{R}_M \mathbf{a}_m + \mathbf{z}_N) =$$

$$= \mathbf{R}_M \mathbf{a}_m + \hat{\mathbf{z}}_m = \mathbf{R}_M \mathbf{a}_m + \mathbf{Q}_{NM}^H \mathbf{z}_N.$$

Поскольку матрица \mathbf{Q}_{NM} является ортонормированной, статистические свойства вектора шума остаются неизменными. Действительно,

$$\sigma_z^2 = E\{\hat{\mathbf{z}}_m^H \hat{\mathbf{z}}_m\} = E\{\mathbf{z}_N^H \mathbf{Q}_{NM} \mathbf{Q}_{NM}^H \mathbf{z}_N\} = E\{\mathbf{z}_N^H \mathbf{z}_N\} = \sigma_z^2,$$

т.е. дисперсия (мощность) шумов приемника и дисперсия этих же шумов, модифицированных с помощью матрицы \mathbf{Q}_{NM}^H , одинакова. Элементы вектора \mathbf{y}_m определяются как

$$y_m = r_{mm} a_m + (d_m + \hat{z}_m),$$

где $d_m + \hat{z}_m = \sum_{j=m+1}^M r_{jm} a_j + \hat{z}_m$ – шумовая составляющая в принятом модифицированном символе y_m . Таким образом, если имеется QR-разложение матрицы \mathbf{H}_{NM} , то можно сначала определить символ

$$\bar{a}_m = [y_m / r_{mm}]_{\text{nearest}}, \quad (8)$$

Приняв гипотезу, что $[\bar{a}_{m+1}, \dots, \bar{a}_m] = [a_{m+1}, \dots, a_m]$, т.е. обнаружение символов происходит без ошибок, обнаружение символов блока можно производить в обратном порядке, начав с символа с номером M как (8) и продолжив с символами $M-1, \dots, m, \dots, 1$ как

$$\bar{a}_m = [s_m / r_{mm}]_{\text{nearest}}, \quad (9)$$

где $s_m = y_m - \sum_{j=m+1}^M r_{mj} \bar{a}_j = r_{mm} a_m + d_m + \hat{z}_m - \sum_{j=m+1}^M r_{mj} \bar{a}_j = r_{mm} a_m + \hat{z}_m$.

Такая процедура называется неупорядоченным QR-разложением (Assorted QR, AQR).



QR-разложение (7) матрицы \mathbf{H}_{NM} можно выполнить с помощью модифицированного метода Грамма-Шмидта:

Инициализация: $\mathbf{R}_M(0) = \mathbf{O}_M$, $\mathbf{Q}_{NM}(0) = \mathbf{H}_{NM}$, где \mathbf{O}_M – нулевая матрица.

For $m = 1:M$

$$1) r_{mm}(m) = \|\mathbf{q}_N^{(m)}(m-1)\|_2$$

$$2) \mathbf{q}_N^{(m)}(m) = \frac{\mathbf{q}_N^{(m)}(m-1)}{r_{mm}(m)}$$

If $j \neq M$

For $j = m+1:M$

$$3) r_{mj}(m) = \mathbf{q}_N^{(m)H}(m) \mathbf{q}_N^{(j)}(m-1)$$

$$4) \mathbf{q}_N^{(j)}(m) = \mathbf{q}_N^{(j)}(m-1) - r_{mj}(m) \mathbf{q}_N^{(m)}(m)$$

End for j

End if

End for m

$$5) \mathbf{Q}_{NM} = \mathbf{Q}_{NM}(M), \mathbf{R}_M = \mathbf{R}_M(M)$$

Шаг 1) этой процедуры требует выполнения M операций извлечения квадратного корня, поскольку

$$\begin{aligned} r_{mm}(m) &= \|\mathbf{q}_N^{(m)}(m-1)\|_2 = \sqrt{\mathbf{q}_N^{(m)H}(m-1) \mathbf{q}_N^{(m)}(m-1)} = \\ &= \sqrt{\sum_{n=1}^N \mathbf{q}_{nm}^*(m-1) \mathbf{q}_{nm}(m-1)}, \end{aligned}$$

где $*$ – знак комплексного сопряжения скалярной переменной, а $\mathbf{q}_{nm}(m-1)$ – элементы матрицы $\mathbf{Q}_{NM}(m-1)$.

Вычислительная сложность шага 1) рассмотренной процедуры QR-разложения равна MN операций умножения, MN операций сложения и M операций извлечения квадратного корня. Для выполнения шага 2) требуется MN умножений и M делений. Для выполнения шага 3) требуется $0.5(M^2 - M)N$ умножений и $0.5(M^2 - M)N$ сложений. Столько же арифметических операций требуется для выполнения шага 4). Арифметические операции являются комплексными. Таким образом, полная вычислительная сложность данного алгоритма равна $M^2N + MN$ умножений, M^2N сложений, M операций деления и M операций извлечения квадратного корня, т.е. $O(M^2N)$ или $O(M^3)$ при $N = M$, что, разумеется, меньше выполнения псевдообращения, вычислительная сложность которого $O(M^3N)$ или $O(M^4)$ при $N = M$.

V-BLAST-ПРИЕМНИК НА ОСНОВЕ УПОРЯДОЧЕННОГО QR-РАЗЛОЖЕНИЯ

Из (9) следует, что отношение сигнал-шум (ОСШ) $\rho_m = E\{r_{mm} a_m\} / \sigma_z^2 = r_{mm}^2 E\{a_m\} / \sigma_z^2$ при определении символов пропорционально квадрату диагональных элементов матрицы \mathbf{R}_M . В [11] была рассмотрена процедура упорядоченного обнаружения символов кадра на основе использования QR-разложения матрицы \mathbf{H}_{NM} . Однако она весьма сложна,

поскольку требует $O(M^2/2)$ разложений матрицы \mathbf{H}_{NM} . Эта процедура сводится к выполнению $(M - m + 1)$ перестановок столбцов m, \dots, M , матрицы $\mathbf{Q}_{NM}(m-1) = \mathbf{H}_{NM}$ для нахождения такого QR разложения матрицы \mathbf{H}_{NM} с переставленными столбцами, при котором r_{mm} максимально, т.е. обеспечивает максимальное ОСШ, а значит, минимальное значение ошибки обнаружения символа a_m . Упрощенная процедура упорядоченного QR-разложения матрицы \mathbf{H}_{NM} была рассмотрена в [14, 15].

Суть упрощенной процедуры состоит в следующем. Поскольку определение символов осуществляется, начиная с символа, соответствующего номеру M , т.е. соответствующего последнему элементу верхней диагональной матрицы \mathbf{R}_M , а ОСШ обнаружения символов пропорционально квадрату диагональных элементов этой матрицы, то желательно получить такую матрицу \mathbf{R}_M , в которой диагональные элементы были бы расположены в возрастающем порядке по абсолютной величине при изменении $\tilde{m} = 1, \dots, M$, где каждому номеру \tilde{m} соответствует определенный (единственный) i -й элемент вектора \mathbf{a}_M , в общем случае не совпадающий с \tilde{m} .

В [14, 15] было показано, что указанную структуру матрицы \mathbf{R}_M можно получить, если QR-разложение осуществлять в порядке $\tilde{m} = 1, \dots, M$, совпадающем с возрастанием нормы столбцов матрицы $\mathbf{Q}_{N(M-\tilde{m}+1)}(m-1) = [\mathbf{q}_N^{(\tilde{m})}, \mathbf{q}_N^{(\tilde{m}+1)}, \dots, \mathbf{q}_N^{(M)}]$. Эта матрица получается из исходной матрицы $\mathbf{Q}_{NM}(0) = \mathbf{H}_{NM}$ путем исключения $\tilde{m}-1$ столбцов

$$\dots \leq \|\mathbf{q}_N^{(\tilde{m}-3)}\|_2 \leq \|\mathbf{q}_N^{(\tilde{m}-2)}\|_2 \leq \|\mathbf{q}_N^{(\tilde{m}-1)}\|_2.$$

Такое QR-разложение называется упорядоченным (Sorted QR, SQR). Характеристики SQR-алгоритма практически совпадают с характеристиками алгоритма V-BLAST.

V-BLAST-ПРИЕМНИК НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Рассмотренные четыре разновидности MIMO-систем (SC, V-BLAST, AQR и SQR) основаны на ZF-процедуре разделения каналов. Известный недостаток ZF-процедуры – в ней не учитывается шум приемников, что в конечном счете может приводить к "усилению" шума (ошибочному обнаружению в SC- и AQR-алгоритмах и размножению ошибок в V-BLAST- и SQR-алгоритмах).

Шум приемников можно учесть, если выполнять определение символов на основе критерия наименьших квадратов, т.е. минимизации ошибки между передаваемыми символами и выходом линейного детектора (Minimizing Mean Square Error, MMSE). Матрица \mathbf{G}_{MN} , с помощью которой осуществляется разделение информационных символов при использовании данного критерия, определяется следующим образом.

Требуется найти такую матрицу \mathbf{G}_{MN} , которая обеспечивала бы минимальное среднеквадратичное значение ошибок между векторами кадров символов $\mathbf{a}_M(k)$ и их значениями на выходе приемников $\hat{\mathbf{a}}_M(k)$ для всех векторов принятых

и переданных данных в течение блока, т.е. при $k=1, \dots, K$. Предполагается, что символы между собой не коррелированы, т.е. $\mathbf{R}_M^{(aa)} = E \{ \mathbf{a}_M(k) \mathbf{a}_M^H(k) \} = \sigma_s^2 \mathbf{I}_M$, где σ_s^2 – дисперсия (энергия) информационных символов (известная величина, определяемая типом модуляции и алфавитом).

Среднеквадратичное значение рассматриваемых ошибок определяется как

$$J = E \{ \mathbf{e}_M^H(k) \mathbf{e}_M(k) \} = \text{tr} \left[E \{ \mathbf{e}_M(k) \mathbf{e}_M^H(k) \} \right] = \text{tr} \left[E \{ (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k)) (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k))^H \} \right], \quad (10)$$

где tr – след матрицы,

$$\text{а } \hat{\mathbf{a}}_M(k) = \mathbf{G}_{MN} \mathbf{r}_N(k) = \mathbf{a}_M(k) + \mathbf{G}_{MN} \mathbf{z}_N(k). \quad (11)$$

Выражение (10) можно привести к виду

$$J = \text{tr} \left[\mathbf{R}_M^{(aa)} - \mathbf{R}_{MN}^{(ar)} \mathbf{G}_{MN}^H - \mathbf{R}_{MN}^{(ar)H} \mathbf{G}_{MN} + \mathbf{G}_{MN} \mathbf{R}_N^{(rr)} \mathbf{G}_{MN}^H \right],$$

где $\mathbf{R}_N^{(rr)} = E \{ \mathbf{r}_N(k) \mathbf{r}_N^H(k) \}$, а $\mathbf{R}_{MN}^{(ar)} = E \{ \mathbf{a}_M(k) \mathbf{r}_N^H(k) \}$.

Минимизация этого функционала, т.е. условие

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{G}_{MN}^H} = -\mathbf{R}_{MN}^{(ar)} + \mathbf{G}_{MN} \mathbf{R}_N^{(rr)} = \mathbf{O}_{MN}$$

позволяет получить оптимальное значение матрицы \mathbf{G}_{MN} как

$$\mathbf{G}_{MN} = \mathbf{R}_{MN}^{(ar)} \left[\mathbf{R}_N^{(rr)} \right]^{-1}. \quad (12)$$

Используя выражение (1) для векторов скрытых символов $\mathbf{r}_N(k)$, а также учитывая, что векторы $\mathbf{a}_M(k)$ и $\mathbf{z}_N(k)$ являются некоррелированными, т.е.

$$\mathbf{R}_{MM}^{(az)} = E \{ \mathbf{a}_M(k) \mathbf{z}_N^H(k) \} = \mathbf{O}_{MN},$$

$$\text{и } \mathbf{R}_N^{(zz)} = E \{ \mathbf{z}_N(k) \mathbf{z}_N^H(k) \} = \sigma_z^2 \mathbf{I}_N,$$

выражение (12) можно записать как

$$\mathbf{G}_{MN} = \sigma_s^2 \mathbf{H}_{NM}^H \left[\sigma_s^2 \mathbf{H}_{NM} \mathbf{H}_{NM}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I}_N \right]^{-1} = \mathbf{H}_{NM}^H \left[\mathbf{H}_{NM} \mathbf{H}_{NM}^H + \rho^{-1} \mathbf{I}_N \right]^{-1}, \quad (13)$$

где $\rho = \sigma_s^2 / \sigma_z^2$ – ОСШ на входах приемников, которое оценивается по известному значению σ_s^2 и измеренному значению σ_z^2 (например, до начала приема данных). Умножив и разделив выражение (13) справа на \mathbf{H}_{NM}^H и \mathbf{H}_{NM}^H , а также учитывая, что $[\mathbf{AB}]^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$, можно показать, что это выражение эквивалентно $\mathbf{G}_{MN} = \left[\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM} + \rho^{-1} \mathbf{I}_M \right]^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H$, которое привлекательно тем, что присутствующая в нем обратная матрица имеет размер $M \times M$, а не $N \times N$ как в (12), что позволяет выполнять данное обращение с меньшим числом арифметических операций в случае, когда $N > M$.

Из сравнения уравнения (13) и выражения $\mathbf{H}_{NM}^+ = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H$ следует, что MMSE-решение является регуляризированной версией ZF-решения с параметром регуляризации, равным ρ^{-1} . Регуляризация несколько смещает решение задачи разделения и обнаружения информационных символов относительно оптимального значения, но делает это решение более устойчивым в случае, если матрица $\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM}$ плохо обусловлена. Действительно, используя (2) и выражение для \mathbf{H}_{NM}^+ , можно показать, что корреляционная матрица ошибок на выходе приемника определяется как

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_M^{(ee)} &= E \left\{ (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k)) (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k))^H \right\} = \\ &= E \left\{ (\mathbf{a}_M(k) - \mathbf{a}_M(k) - (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{z}_N) \times \right. \\ &\quad \left. \times (\mathbf{a}_M(k) - \mathbf{a}_M(k) - (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1} \mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{z}_N)^H \right\} = \\ &= \sigma_z^2 (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) следует, что если матрица $\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM}$ плохо обусловлена (имеет собственные числа с малыми значениями), то матрица $\mathbf{F}_M^{(ZF)} = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM})^{-1}$ имеет большие значения чисел на главной диагонали, которые и определяют дисперсии ошибок на выходе приемника как $\sigma_{a_i}^2 = \sigma_z^2 f_{ii}$, где f_{ii} – значение i -го диагонального элемента матрицы $\mathbf{F}_M^{(ZF)}$. В этом и заключается понятие "усиления" шума.

V-BLAST-ПРИЕМНИК НА ОСНОВЕ УПОРЯДОЧЕННОГО КРИТЕРИЯ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

В случае использования MMSE-решения корреляционная матрица ошибок на выходе приемника определяется похожим выражением как [7, 14, 15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_M^{(ee)} &= E \left\{ (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k)) (\mathbf{a}_M(k) - \hat{\mathbf{a}}_M(k))^H \right\} = \\ &= \sigma_z^2 (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM} + \rho^{-1} \mathbf{I}_M)^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Поскольку матрица $\mathbf{F}_M^{(MMSE)} = (\mathbf{H}_{NM}^H \mathbf{H}_{NM} + \rho^{-1} \mathbf{I}_M)^{-1}$ является регуляризированной, то ее обращение становится более устойчивым, и "усиление" шума происходит в меньшей степени.

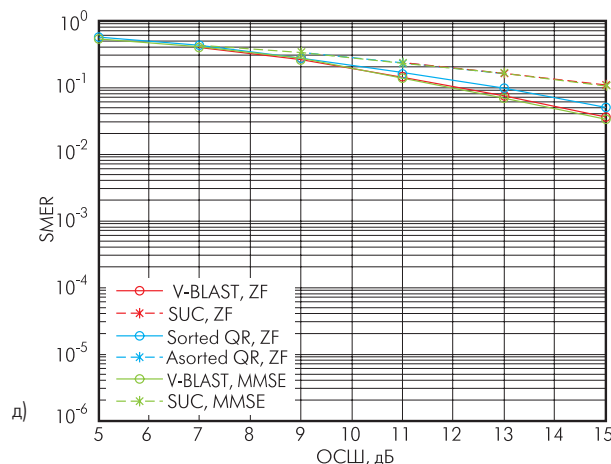
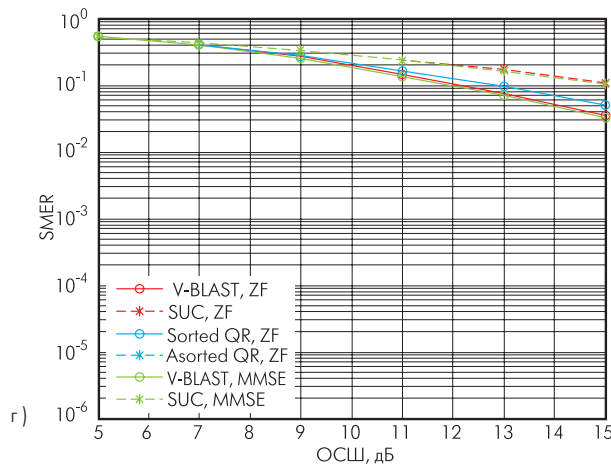
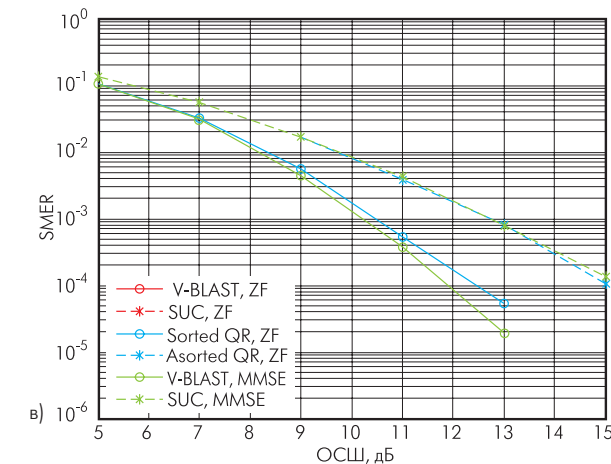
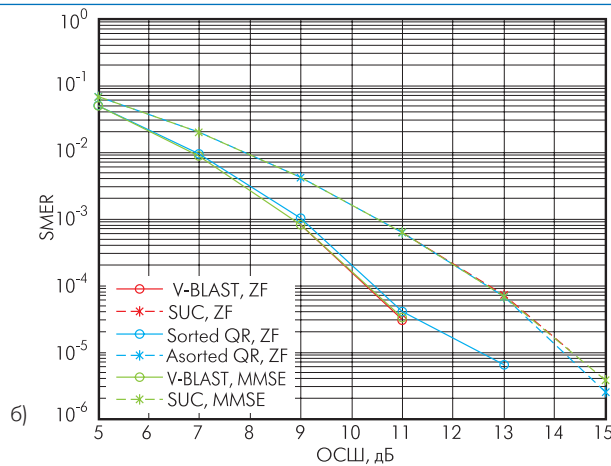
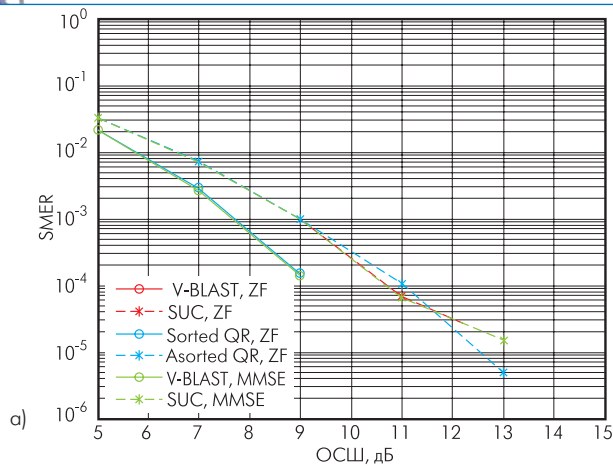


Рис.2 Вероятность ошибочных символов (SMER), число передатчиков $M=8$: а) число приемников $N=16$; б) число приемников $N=14$; в) число приемников $N=12$; г) число приемников $N=10$; д) число приемников $N=8$

Так как ошибка на выходе приемника пропорциональна значениям диагональных элементов матрицы $\mathbf{F}_M^{(MMSE)}$, то при нелинейной обработке в MMSE V-BLAST-технологии определение символов в блоке можно производить в порядке возрастания значений величин диагональных элементов матрицы $\mathbf{F}_M^{(MMSE)}$. Это позволяет получить некоторую экономию вычислительных ресурсов, поскольку, в отличие от ZF V-BLAST, не требуется определять нормы строк матрицы \mathbf{G}_{MN} .

Таким образом, MMSE-решение в MIMO-системах является более предпочтительным по сравнению с ZF-решением. V-BLAST-алгоритм на основе MMSE-решения рассмотрен в [7], а SQR-алгоритм – в [16, 17].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Одной из причин высокой популярности технологии V-BLAST было экспериментальное доказательство ее работоспособности и эффективности [4, 5].

Ниже приводятся результаты моделирования шести рассмотренных в работе MIMO-алгоритмов: ZF SC, ZF V-BLAST, AQR, SQR, MMSE SC, MMSE V-BLAST. Это зависимости вероятности ошибочных блоков (Symbol Error Rate, SMER) при $M=8$, $N=[8, 10, 12, 14, 16]$, модуляции QAM-16, блоках из $10M=80$ символов и значениях ОСШ в диапазоне 5–15 дБ. При передаче каждого блока символов генерировалась случайная комплексная матрица \mathbf{H}_{NM} , постоянная на интервале передачи 80 символов (одного блока). В эксперименте (для одного значения ОСШ) использовалось 10^4 независимых информационных символов.

Из результатов моделирования (рис.2) следует, что ZF SC, AQR ZF V-BLAST и MMSE SC обеспечивают большие значения вероятностей ошибок, чем ZF V-BLAST, SQR и MMSE V-BLAST. То есть упорядоченное вычитание декодированных символов обеспечивает лучшие показатели функционирования MIMO-систем, чем произвольное неупорядоченное

вычитание. Самыми худшими характеристиками обладает случай $N=M$ (рис.2д). При увеличении $N>M$ достижимые значения вероятностей ошибок уменьшаются при фиксированных значениях ОСШ. Отличия между рассмотренными V-BLAST- и QR-алгоритмами наблюдаются лишь при больших значениях ОСШ. Поэтому алгоритмы на основе QR-разложения в силу своей более высокой вычислительной эффективности (требуют меньшего числа вычислительных операций) являются привлекательными.

Таким образом, результаты моделирования позволяют сделать вывод о работоспособности алгоритмов и совпадении их основных свойств с заявляемыми в публикациях. Надеемся, материалы статьи окажутся полезны разработчикам оборудования систем беспроводной связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hottinen A., Tirkonnen O., Wichman R.** Multi-antenna transceiver techniques for G3 and beyond. – NJ, Hoboken: John Wiley and Sons, 2003.
2. Special issue on gigabit wireless. – Proc. IEEE, 2004, Vol. 92, №2, p.195–386.
3. **Foschini G.J.** Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas. – Bell Laboratories Technical Journal, 1996, Vol.1, № 2, p. 41–59.
4. **Wolniansky P.W., Foschini G.J., Golden G.D., Valenzuela R.A.** V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. – Proc. URSI International Symposium on Signals, Systems, and Electronics (IEEE, New York, NY, USA, 29 Sept. – 2 Oct. 1998), 1998, p. 295–300.
5. **Golden G.D., Foschini G.J., Valenzuela R.A., Wolniansky P.W.** Detection algorithm and initially laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture. – Electronics Letters, 1999, Vol. 35, № 1, p. 14–15.
6. **Qureshi U.H.** Adaptive equalization. – Proceedings of the IEEE, 1985, Vol.73, № 9, p. 1349–1387.
7. **Benesty J., Huang Y., Chen J.** A fast recursive algorithm for optimum sequential signal detection in a BLAST system. – IEEE Trans. Signal Processing, 2003, Vol.51, №7, p. 1722–1730.
8. **Hassibi B.** A fast square-root implementation for BLAST. – Conf. Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2000, p. 1255–1259.
9. **Hassibi B.** An efficient square-root algorithm for BLAST. – International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing, 2000, Vol. 2, p. 11737–11740.
10. **Zhu H., Lei Z., Chin F.P.S.** An improved square-root algorithm for BLAST. – IEEE Signal Processing Letters, 2004, Vol. 11, № 9, p. 772–775.
11. **Foschini G.J., Golden G.D., Valenzuela R.A., Wolniansky P.W.** Simplified processing for high spectral efficiency wireless communication employing multi-element arrays- IEEE Journal Selected Areas in Communications, 1999, Vol. 17, №11, p. 1841–1852.
12. **Shiu D., Kahn J.M.** Layered space-time codes for wireless communications using multiple transmit antennas. – Proc. of IEEE Intl. Conf. on Commun. (Vancouver, B.C., June 6 – 10, 1999), 1999.
13. **Damen M.O., Abed-Meraim K., Burykh S.** Iterative QR detection for BLAST. – Wireless Personal Communications, 2001, Vol. 19, №3, p. 179–192.
14. **Wubben D., Bohnke R., Rinas J., Kuhn V., Kammeyer K.D.** Efficient algorithm for decoding layered space-time codes. – Electronics Letters, 2001, Vol. 37, №22, p. 1348–1350.
15. **Wubben D., Bohnke R., Rinas J., Kuhn V., Kammeyer K.D.** Efficient algorithm for decoding layered space-time codes. – Proc. ITG Conference on Source and Channel Coding systems, and Electronics (Berlin, Germany, January 2002), 2002, p. 399–405.
16. **Wuebben D., Boehnke R., Kuehn V., Kammeyer K.D.** Reduced complexity MMSE detection for BLAST architectures. – IEEE 2003 Global Communications Conference (Globecom'2003, San Francisco, California, USA), 2003, Vol. 4, p. 2258–2262.
17. **Wuebben D., Boehnke R., Kuehn V., Kammeyer K. D.** MMSE extension of V-BLAST based on SQR decomposition. – IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference (VTC2003-Fall, Orlando, Florida, USA), 2003.
18. **Guo Z., Nilsson P.** A low-complexity VLSI Architecture for square root MIMO detection. – IASTED International Conference Circuits, Signals, and Systems (CSS'03, Cancun, Mexico, May 19 – 21, 2003), 2003.
19. **Biglieri E., Tarico G., Tulino A.** Decoding space-time-codes with BLAST architectures. – IEEE Trans. Signal Processing, 2002, Vol. 50, №10, p. 2547–2552.